$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+4}}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{4}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}-\sqrt{1+\frac{4}{x^2}}=-1$$

et

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)=\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+4}+x=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+4-x^2}{\sqrt{x^2+4}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{4}{\sqrt{x^2+4}-x}=0$$

donc la droite $\Delta: y=-x$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $-\infty$.

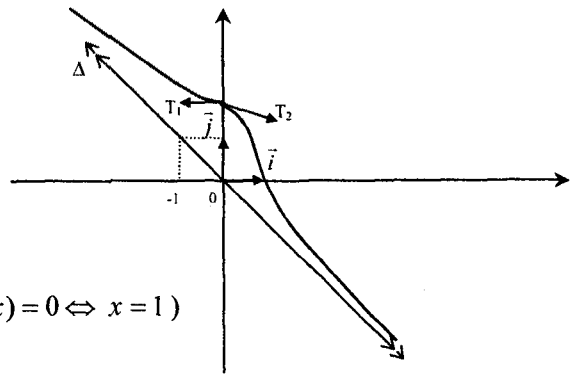
4°/ Etudions le signe de $f(x)+x$:

- $\forall x\in]0,+\infty[$, $f(x)+x=\frac{2}{x+1}>0 \Rightarrow C_f$ est au dessus de Δ sur $]0,+\infty[$.
- $\forall x\in]-\infty,0]$,

$f(x)+x=\sqrt{x^2+4}+x=\frac{x^2+4-x^2}{\sqrt{x^2+4}-x}=\frac{4}{\sqrt{x^2+4}-x}>0$ donc C_f est au dessus de Δ sur $]-\infty,0]$.

Conclusion : C_f est au dessus de Δ.

5°/ Demi tangentes : $T_1:\begin{cases}y=2\\x\le 0\end{cases}$ et $T_2:\begin{cases}y=-3x+2\\x\ge 0\end{cases}$



$(f(x)=0\Leftrightarrow x=1)$